

Fiksatorün En Yakın Noktalar Yaklaşımıyla Tekillik Denetimi

Singularity Analysis of a Fixator by Closest Points Approach

İ. D. Akçalı¹, E. Avşar², A. Durmaz¹, İ. Sağdıç¹, A. Aydın², M.K. Ün²,
H. Mutlu³, T. İbrikiç², C. Özkan⁴, Ö.S. Biçer⁴

¹ MACTİMARUM Arş. ve Uyg. Mrkz.
Çukurova Üniversitesi
idakcali@cu.edu.tr

² Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü
Çukurova Üniversitesi
{ercanavsar, aaydin, keremun, ibrikiç}@cu.edu.tr

³ Makina Mühendisliği Bölümü
Mersin Üniversitesi
hmutlu@mersin.edu.tr

⁴ Ortopedi ve Travmatoloji Anabilim Dalı
Çukurova Üniversitesi
sbicer@cu.edu.tr

Özetçe

Harici fiksatorler ortopedi alanında yaygın olarak kullanılan robotik cihazlardır. Bu cihazların, kemik fragmanlarını istenilen konuma getirmesi esnasında hasta sağlığı için herhangi bir tehdit oluşturmaması gerekmektedir. Bahsedilen tehdit kaynaklarından bir tanesi tekilliktir. Tekil bir konumda fiksatorün kararlı yapısı kaybolur ve fiksatorün alt ve üst halkaları bağımsız şekilde hareket edebilir. Bu çalışmada, geometrik bir yöntem olan, en yakın noktalar yaklaşımı ile tekillik analizi yapılmıştır. Bu yaklaşımın diğer tekillik analizi yöntemleri ile tutarlı sonuçlar vermiş olduğu gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler — harici fiksator; tekillik; ortopedi.

Abstract

External fixators are robotic devices widely used in orthopaedics. While bringing the bone fragments to a desired position, these devices should not present any threat to the patient health. One of the threat causes is singularity. In a singular position, stable structure of the fixator is lost and its top and bottom rings may move independently. In this work, singularity analysis is performed with a geometric method, closest points approach. It has been shown that results of this approach are consistent with the other singularity analysis methods.

Keywords — external fixator; singularity; orthopaedics.

1. Giriş

Harici fiksatorlerin ortopedi alanında kullanılması uzun yıllar öncesine dayansa da, bu cihazlardan etkili biçimde yararlanılmasının temelleri İlizarov'un halka fiksatorleri geliştirmesi ile atılmıştır [1]. İlizarov'un yönteminde dönme ve öteleme hareketleri ayrı ayrı yapıyorken, dönme ve öteleme hareketlerine aynı anda olanak sağlayan altı serbestlik derecesine sahip paralel platform yapısındaki ilk başarılı uygulama örneği Taylor Spatial Frame ile elde edilmiştir [2,3]. Paralel platform yapısındaki harici halka fiksatorler genel olarak proksimal (üst) ve distal (alt) halkalar ile bu halkalar üzerinde eşit aralıklarla bulunan deliklere monte edilerek halkaları birbirine bağlayan çubuklardan oluşur. Tedavi edilecek olan kemik fragmanlarının halkalara tespit edilmesinden sonra çubuk uzunluklarının değiştirilmesi ile fragmanların hareketi kontrol edilir.

Kemik fragmanlarının hizalı bir şekilde üst üste gelmesini sağlayacak olan çubuk uzunluklarının hesaplanma yöntemi [4], bu hizalanma işlemi için gerekli olan geometrik parametrelerin X-ray görüntülerinden elde edilmesi [5] ve sistem parametrelerinin tedavi süreci üzerindeki etkisini gösteren arayüz ve simülasyon çalışmaları [6] daha önceden yapılmıştır.

Medikal uygulamalarda öncelikli olarak gözetilmesi gereken faktör hasta sağlığıdır. Bu yüzden harici fiksatorlerde de tedavi süresince cihazın hastaya herhangi bir zarar vermeden güvenli bir şekilde kemik fragmanlarını hizalaması esastır. Fiksatorler için hasta sağlığı konusunda risk arz eden en önemli unsur tekillik durumudur. Tekil bir durumda matematiksel işlemler durduğu gibi fiksatorün kararlı yapısı da bozulmaktadır. Yani fiksator üzerindeki kontrol kaybedilmektedir. Bu amaçla, sağlıklı ilk konumdan, hizalanmış sağlıklı konuma kadarki tüm fiksator konfigürasyonları tedaviye başlamadan önce hesaplanmalı ve tekillik analizi yapılmalıdır; olası bir tekillik durumunda da doktor önceden uyarılmalıdır.

Bu çalışmada, daha önceden yapılmış olan tekillik analizi yöntemlerine [7,8] ek olarak yeni bir yöntem daha sunulmaktadır. En yakın noktalar yaklaşımı ismindeki bu yöntemde göre halkaları birbirine bağlayan altı çubuktan dört veya daha fazlasının uzayda kesişmesi durumunda fiksator tekil duruma düşmektedir. Bu durumun diğer tekillik analizi yöntemleriyle tutarlı olduğu sayısal örneklerle gösterilmiştir. Hasta sağlığının güvenceye alınmış olmasından emin olmak adına, tekillik analizinin birden çok yöntemle yapılması önem taşımaktadır.

2. Harici fiksatorlerdeki tekillik sorununa geometrik yaklaşım

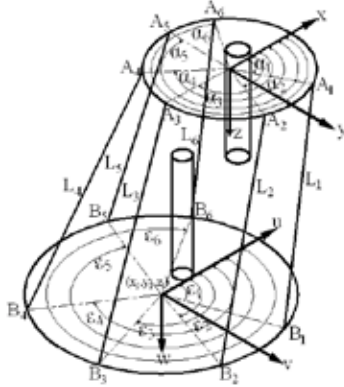
Bu çalışmada harici fiksator olarak (6-6) tipi Gough-Stewart Platform yapısındaki bir robot dikkate alınacaktır. Bu yapıdaki bir harici fiksatorde iki halka uzunlukları ayarlanabilen 6 adet çubuk tarafından 6 adet küresel ve 6 adet de universal mafsallar yoluyla birbirine bağlanmıştır, Şekil 1. Harici fiksatorün güvenli olarak kullanılabilmesi amacıyla tekillikğin ortaya çıkarılması ve giderilmesi sorununa geometrik olarak yaklaşmak olasıdır. Söz konusu geometrik yaklaşımlardan bir tanesi de en yakın noktalar yaklaşımıdır.

En yakın noktalar yaklaşımı iki kısım halinde sunulacaktır. Birinci kısımda en yakın noktalar yaklaşım kuramı yalnız biçimde açıklanacak; ikinci kısımda ise bu yaklaşımın

Tıbbi Görüntüleme 5

2. Gün / 16 Ekim 2015, Cuma

fiksatorü oluşturan (6-6) tipi Stewart platform yapısına uygulama gösterilecektir.

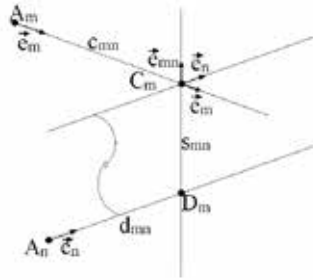


Şekil 1: Stewart platform tipi eksternal fiksator

2.1 En Yakın Noktalar Yaklaşım Kuramı

Üç boyutlu uzayda A_m ve A_n gibi iki noktayla, bu noktalardan geçen doğruların \vec{e}_m ve \vec{e}_n birim vektörleri verilmiş olsun. Bu doğrular üzerinde birbirine en yakın iki nokta, \vec{e}_m üzerindeki C_{mn} ile \vec{e}_n üzerindeki D_{mn} noktaları olsunlar, Şekil 2. Şekil 2'de A_m ve C_{mn} noktaları arasındaki mesafeyi c_{mn} ; C_{mn} ve D_{mn} noktaları arasındaki mesafeyi s_{mn} ; A_n ve D_{mn} noktaları arasındaki mesafeyi d_{mn} temsil etsinler. En yakın noktaları birleştiren doğrunun, \vec{e}_{mn} birim vektörü

$$\vec{e}_{mn} = \vec{e}_m \times \vec{e}_n / |\vec{e}_m \times \vec{e}_n| \quad (1)$$



Şekil 2: Uzayda iki doğru arasındaki en yakın noktalar. Ortonormallik koşulları gereğince şu geçerlidir:

$$\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \begin{cases} 1 & i = j ; i, j = n, m, mn \\ 0 & i \neq j ; (i, j) = (n, mn), (m, mn) \end{cases} \quad (2)$$

\vec{e}_{mn} birim vektörünün bileşenleri ($\vec{e}_{mnx}, \vec{e}_{mny}, \vec{e}_{mnz}$) herhangi bir ortogonal xyz koordinat sisteminin eksenleri doğrultusundaki \vec{e}_m ve \vec{e}_n birim vektör bileşenleri (e_{mx}, e_{my}, e_{mz}) ve (e_{nx}, e_{ny}, e_{nz}) cinsinden (1) nolu denklemden şu şekilde sonuçlanır:

$$e'_{mni} = e_{nj} e_{nk} - e_{mk} e_{nj} \quad i \neq j \neq k \quad i, j, k = x, y, z \quad (3)$$

$$e_{mni} = e'_{mni} / \sqrt{e'_{mnx}{}^2 + e'_{mny}{}^2 + e'_{mnz}{}^2} \quad i = x, y, z \quad (4)$$

Şekil 2 den aşağıdaki vektör denklemini yazılır:

$$\vec{A_m A_n} = \vec{A_m C_{mn}} + \vec{C_{mn} D_{mn}} + \vec{D_{mn} A_n} \quad (5)$$

(5) nolu denklem birim vektörler cinsinden şöyle de yazılır:

$$\vec{A_m A_n} = c_{mn} \vec{e}_m - s_{mn} \vec{e}_{mn} - d_{mn} \vec{e}_n \quad (6)$$

(6) nolu denklem, 3-boyutlu uzayda içerisinde c_{mn} , s_{mn} ve d_{mn} uzaklıklarının üç bilinmeyen olarak bulunduğu bir skalar denklem takımını temsil eder.

(6) nolu denklem bir kez \vec{e}_n birim vektörü, bir kez \vec{e}_m birim vektörü ve bir kez de \vec{e}_{mn} birim vektörü ile skalar anlamda çarpılır ve (2) nolu eşitlikleri değerlendirilirse c_{mn} , d_{mn} ve s_{mn} aşağıdaki şekilde bulunur:

$$d_{mn} = \frac{(\vec{A_m A_n} \cdot \vec{e}_n) - (\vec{A_m A_n} \cdot \vec{e}_m)(\vec{e}_m \cdot \vec{e}_n)}{(\vec{e}_m \cdot \vec{e}_n)^2 - 1} \quad (7)$$

$$c_{mn} = \frac{(\vec{A_m A_n} \cdot \vec{e}_m) - (\vec{A_m A_n} \cdot \vec{e}_n)(\vec{e}_m \cdot \vec{e}_n)}{1 - (\vec{e}_m \cdot \vec{e}_n)^2} \quad (8)$$

$$s_{mn} = -\vec{A_m A_n} \cdot \vec{e}_{mn} \quad (9)$$

Bu durumda en yakın noktalar olan C_{mn} ve D_{mn} nin koordinatları yukarıda dikkate alınan xyz koordinat sisteminin başlangıç noktası O ya göre aşağıdaki vektör bağıntılarıyla saptanırlar:

$$\vec{OC}_{mn} = \vec{A_m} + c_{mn} \vec{e}_m \quad (10)$$

$$\vec{OD}_{mn} = \vec{A_n} + d_{mn} \vec{e}_n \quad (11)$$

(7) ve (8) nolu bağıntıların incelenmesinden verilen doğrultuların paralel olması halinde kesişmenin sonsuzda olacağı kolaylıkla görülür.

2.2 En Yakın Noktalar Yaklaşımının Fiksator Yapısına Uygulanması

Söz konusu fiksator yapısında, üstte ve altta 6şar adet α_i ve ϵ_i $i=1-6$ ile temsil edilen mafsal konumlarını belirleyen 12 adet açı parametresiyle, R ve R_i ile simgelenen proksimal ve distal halka yarıçapları sabit parametre olarak yer almaktadır, Şekil 1. Fiksator konumunun ise distal halka merkez koordinatları (x_1, y_1, z_1) ile halkanın sırasıyla önce x eksenini etrafında θ_x , sonra y eksenini etrafında θ_y ve en son z eksenini etrafında θ_z kadar dönmüş olarak belirlendiği varsayılmaktadır. Buradan toplamda 20 tane bağımsız parametre ile fiksator konumunun belirlendiği anlaşılır. Varsayım gereği birbirinden bağımsız olduğu öngörülen söz konusu parametrelerin arasında fiksatorün birbirine yakın birden çok konum almasını doğuracak bağımlılık ilişkisinin bulunması halinde, fiksator proksimal ve distal halkalara bağlı kemik fragmanlarını kararlı dengede tutma işlevini yerine getiremeyecektir. Bu durum tekillik olarak adlandırılır. Bununla hasta sağlığı açısından ne denli sakınılması gerekli bir durum olduğunu söylemeye gerek yoktur.

Fiksatorün yapısında anılan bağımsız parametreler arasında kararlı dengeyi bozan ilişkiler, çubuk doğrultularının kesişip kesişmediği yoluyla araştırılacaktır. Bu amaçla fiksatorde distal halkanın proksimal halkaya göre konumunu belirlemede esas olan değişken çubuk doğrultuları dikkate alınacaktır. Çubuk doğrultuları, fragmanların ayrık olduğu

Tıbbi Görüntüleme 5

2. Gün / 16 Ekim 2015, Cuma

hastalıklı konumdan anatomik eksenlerinde hizalı olduğu sağlıklı konuma varıncaya değin değişecektir. Dolayısıyla çubuk doğrultularının tedavinin başlangıcından sonuna kadar kararlı dengeyi bozmaya sebep olacak şekilde kesişim kesişmediği denetlenmelidir. Bu durum, en yakın noktalar yaklaşımı yoluyla ortaya konacaktır. Buradan hareketle, çubuk doğrultuları arasındaki en kısa uzaklığın mutlak anlamda bir eşik değerinden küçük olup olmadığı ikili, üçlü vb. kombinezonlar bağlamında araştırılacaktır.

Öncelikle proksimal ve distal halkalardaki mafsal koordinatları $(A_{ix}, A_{iy}, 0)$ ve $(u_{Bi}, v_{Bi}, 0)$ $i=1-6$, G ve G_1 ile gösterilen sırasıyla proksimal ve distal halka merkezlerinde yerleşik xyz ve uvw koordinat sistemlerine göre aşağıdaki şekildedir, Şekil 1.

$$A_{ix} = R \cdot \cos \alpha_i \quad A_{iy} = R \cdot \sin \alpha_i \quad i=1-6 \quad (12)$$

$$u_{Bi} = R_1 \cdot \cos \varepsilon_i \quad v_{Bi} = R_1 \cdot \sin \varepsilon_i \quad i=1-6 \quad (13)$$

$\theta_x, \theta_y, \theta_z$ konum bilgilerinden G_1uvw yerel koordinat sisteminden $Gxyz$ dünya koordinat sistemine dönüşümü ifade eden $[A_{xyz}^{uvw}]$ matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$[A_{xyz}^{uvw}] = \begin{bmatrix} \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z - \sin \theta_x \cos \theta_z & \cos \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z + \sin \theta_x \sin \theta_z \\ \sin \theta_x \cos \theta_y & \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z + \cos \theta_x \cos \theta_z & \sin \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z - \cos \theta_x \sin \theta_z \\ -\sin \theta_y & \cos \theta_y \sin \theta_z & \cos \theta_y \cos \theta_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

Distal halka merkezi G_1 ile halka üzerindeki B_i mafsal noktaları arasındaki (13) ile hesaplanan $\overrightarrow{G_1B_i}$ vektörleri, yerel G_1uvw koordinat sisteminden $Gxyz$ dünya koordinat sistemine, (14) nolu bağıntıyla bulunan $[A_{xyz}^{uvw}]$ matrisiyle çarpılmak suretiyle taşınırlar. Böylece, distal halkadaki B_i mafsal noktalarının xyz dünya koordinat sistemine göre koordinatlarını içeren $\overrightarrow{GB_i}$ vektörü, halka merkezleri arasındaki $\overrightarrow{GG_1} = [x_1, y_1, z_1]^T$ vektörü ile $\overrightarrow{G_1B_i}$ vektörünün aynı eksen (xyz) takımı içinde toplanmasıyla bulunmuş olur.

Öte yandan proksimal halka A_i mafsal noktalarını xyz sistemine göre ifade eden $\overrightarrow{GA_i}$ $i=1-6$ vektörleri de (12) nolu bağıntılar yoluyla belirlenmiş olur. Buradan en yakın noktalar yöntemi için gerekli olan \vec{e}_i

$$\vec{e}_i = \frac{\overrightarrow{GB_i} - \overrightarrow{GA_i}}{|\overrightarrow{GB_i} - \overrightarrow{GA_i}|} = \frac{\overrightarrow{A_iB_i}}{|\overrightarrow{A_iB_i}|} \quad (15)$$

birim vektör bulunmuş olur. (15) nolu bağıntıdaki payda A_iB_i uzunluğu L_i , $i=1-6$ olarak çubuk boylarını temsil etmektedir. Ayrıca aşağıdaki bağıntı ışığı altında,

$$\overrightarrow{A_iA_j} = \overrightarrow{A_j} - \overrightarrow{A_i} \quad i \neq j, \quad i, j=1-6 \quad (16)$$

proksimal halka üzerindeki A_i $i=1-6$ noktalarından geçen ve \vec{e}_i çubuk doğrultularının birim vektörlerinin hesaplanmasıyla en yakın noktalar yaklaşımındaki $\overrightarrow{A_mA_n}, \vec{e}_m, \vec{e}_n$ $m \neq n, m=1-6, n=1-6$ büyüklükleri de bulunmuş olur. Söz konusu büyüklüklerin ve (7), (8), (9) nolu bağıntıların kullanılmasıyla her bir çubuk çiftine ait 15 adet (c_{mn}, d_{mn}, s_{mn}) küme değerleri de saptanmış olur. Bu küme içerisindeki s_{mn} değerinin belirlenecek bir eşik değerinden

mutlak anlamda küçük olması halinde ilgili çubuk çifti doğrultularının birbirini kestiği sonucu çıkarılacaktır. Ayrıca her çubuk çifti için kesişmenin sonsuzda olup olmadığını denetlemek amacıyla E_{mn} büyüklüğü şöyle tanımlanır:

$$E_{mn} = \vec{e}_m \cdot \vec{e}_n \quad m \neq n, \quad m, n=1-6 \quad (17)$$

E_{mn} değerinin kabul edilebilir bir tolerans miktarıyla 1'e yaklaşması halinde ilgili $A_mB_mB_nA_n$ uzaysal dörtgeninin paralelkenar olup olmadığına bakılır. Eğer bir paralelkenar saptanırsa, tekillik olacağı sonucuna varılır. Tüm tedavi boyunca değişik fiksator konumlarında s_{mn} çiftlerinin eşik değerlerinden büyük olması ve paralelkenara rastlanmamasıyla fiksatorün güvenceli ve kararlı dengede hareket ve kuvvet aktarımı işlevlerini yerine getirdiği sonucuna varılacaktır.

Tekillik değerlendirmelerinin yapılacağı bir arayüz hazırlanmıştır. Arayüzün temel girdileri, mafsal konum ve halka yarıçaplarının oluşturduğu sabit fiksator parametreleri ile distal halka merkez koordinatları ile dönme hareketlerinden oluşan $(x_1, y_1, z_1, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ konum verileri; temel çıktıları ile 1'den 6'ya kadar her çubuk çiftine ait en yakın nokta değerleri $(s_{mn}, c_{mn}, d_{mn}, E_{mn})$ ve ikinci sayfadaki $(GC_{mnx}, GC_{mny}, GC_{mnz}, GD_{mnx}, GD_{mny}, GD_{mnz})$ en yakın nokta koordinatlarıdır.

3. Sayısal örnekler ve tartışma

Burada en yakın noktalar yaklaşımının etkinliğini kanıtlayan iki örneğe yer verilecektir.

Örnek 1: Bu örnekte girdiler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Örnek 1 girdileri

$\alpha_1 = 30^\circ$	$\alpha_2 = 120^\circ$	$\alpha_3 = 180^\circ$	$\alpha_4 = 210^\circ$	$\alpha_5 = 240^\circ$	$\alpha_6 = 300^\circ$
$\varepsilon_1 = 30^\circ$	$\varepsilon_2 = 120^\circ$	$\varepsilon_3 = 180^\circ$	$\varepsilon_4 = 210^\circ$	$\varepsilon_5 = 300^\circ$	$\varepsilon_6 = 360^\circ$
$x_1 = 0$ cm	$y_1 = 0$ cm	$z_1 = 10$ cm	$\theta_x = 0^\circ$	$\theta_y = 0^\circ$	$\theta_z = 0^\circ$
R = 5 cm			R ₁ = 10 cm		

Tablo 1'deki veriler arayüze girildiğinde, Tablo 2 de görülen sonuçlar elde edilmiştir.

Bu örnekte 1, 2, 3, 4 nolu çubukların kendi aralarında oluşturdukları (12, 13, 14, 23, 24, 34) çiftlerine ait en yakın mesafelerin sıfır olduğu gözlenmektedir. Dört çubuk doğrultusunun kesiştiği nokta koordinatlarının (0, 0, -9.999) olduğu Tablo 2'den saptanmaktadır. Bu sonuçlarla tekillik ortaya çıkmaktadır. Aynı sonuç kuvvet ve hız analizleriyle de doğrulanmıştır, [8].

Tablo 2: Örnek 1 çıktıları

Çift	s_{mn}	c_{mn}	d_{mn}	E_{mn}		
12	0.000	-11.180	-11.180	0.800		
13	0.000	-11.180	-11.180	0.626		
23	4.440	-11.180	-11.180	0.900		
14	-1.776	-11.180	-11.180	0.600		
24	0.000	-11.180	-11.180	0.800		
34	-2.220	-11.180	-11.180	0.973		
15	8.119	-8.737	-5.550	0.822		
25	6.460	-5.541	-5.176	0.422		
35	3.230	-2.819	-4.026	0.422		
45	1.458	-1.621	-2.495	0.529		
16	5.000	15.272	18.070	0.968		
26	7.947	-8.238	-5.570	0.676		
36	6.460	-5.541	-5.176	0.422		
46	5.000	-4.092	-4.842	0.383		
56	4.000	1.587	-1.587	0.785		
Çift	GC _{mxx}	GC _{mny}	GC _{mzz}	GD _{mxx}	GD _{mny}	GD _{mzz}
2	0	0	-9.999	0	0	-9.999
13	0	0	-10.000	0	0	-10.000
23	0	0	-9.999	0	0	-9.999
14	0	0	-10.000	0	0	-10.000
24	0	0	-9.999	0	0	-9.999
34	0	0	-9.999	0	0	-9.999
15	0.946	0.546	-7.815	-5.646	-2.513	-4.195
25	-1.260	2.183	-4.956	-5.434	-2.635	-3.913
35	-3.739	4.578	-2.521	-4.782	-3.012	-3.043
45	-3.702	-2.137	-1.450	-3.914	-3.513	-1.886
16	10.245	5.915	13.660	12.745	1.584	13.660
26	-0.657	1.139	-7.368	-0.657	-6.153	-4.210
36	-2.521	3.088	-4.956	-0.434	-6.024	-3.913
46	-2.745	-1.584	-3.660	-0.245	-5.915	-3.660
56	-1.600	-4.849	1.200	1.600	-4.849	-1.200

Örnek 2: Bu örnekteki girdiler Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3: Örnek 2 girdileri

$\alpha_1 = 0^\circ$	$\alpha_2 = 30^\circ$	$\alpha_3 = 70^\circ$	$\alpha_4 = 150^\circ$	$\alpha_5 = 210^\circ$	$\alpha_6 = 290^\circ$
$\epsilon_1 = 10.51^\circ$	$\epsilon_2 = 30.00^\circ$	$\epsilon_3 = 90.00^\circ$	$\epsilon_4 = 160.00^\circ$	$\epsilon_5 = 240.00^\circ$	$\epsilon_6 = 310.00^\circ$
$x_1 = 0$ cm	$y_1 = 0$ cm	$z_1 = 25$ cm	$\theta_x = 0^\circ$	$\theta_y = 45^\circ$	$\theta_z = 0^\circ$
R = 5 cm			R ₁ = 7.794 cm		

Tablo 3’deki veriler arayüze girildiğinde elde edilen sonuçlar Tablo 4 de gösterilmiştir. Tablo 4’deki çıktılardan 1 ve 2 nolu çubukların paralel olduğu ($E_{12} \cong 1$) görülmektedir. Ayrıca $A_1B_1B_2A_2$ uzaysal dörtgeninin de paralelkenar kuralını sağladığı saptanmıştır. Bu sonuçlarla fiksatorün tekil konumda olduğu sonucu çıkarılmaktadır. Aynı sonuç, kuvvet ve hız analizleriyle de doğrulanmıştır, [8].

4. Sonuç

Bu çalışmada ortopedik sorunları güvenli bir şekilde karşılayabilecek fiksator konumlarının tekil durumu en yakın noktalar yaklaşımı adı verilen bir geometrik yöntem ile incelenmiştir. Diğer yöntemlerle de aynı sonuçlar elde edilmiştir, [8]. İnceleme çıktılarından, (6-6) tipi Stewart Platform yapısındaki fiksatorle tedavinin hiçbir evresinde herhangi 4 çubuk doğrultusunun kesişmemesi ve üst-alt halkalarda oluşan dörtgenlerin hiçbirinin paralelkenar olmaması gerektiği anlaşılmıştır. Bu hallerde üst halkardaki sabit mafsallardan birinin bu sonucu vermeyecek şekilde değiştirilmesi gerekli ve yeterlidir.

Tablo 4: Örnek 2 çıktıları

Çift	s_{mn}	c_{mn}	d_{mn}	E_{mn}		
12	0.312	721.846	721.684	0.999		
13	2.444	-50.092	-50.628	0.994		
23	0.519	-32.048	-32.319	0.994		
14	8.988	-42.387	-42.387	0.996		
24	6.803	-66.339	-66.366	0.996		
34	6.424	-1.111	-1.260	0.992		
15	9.599	-4.727	-4.461	0.974		
25	9.325	-16.257	-16.124	0.975		
35	8.467	-13.483	-13.625	0.954		
45	2.357	-24.471	-24.838	0.984		
16	5.004	-19.246	-19.039	0.989		
26	5.533	-37.211	-37.034	0.989		
36	6.041	-30.457	-30.153	0.971		
46	3.258	-67.428	-67.794	0.991		
56	6.387	3.269	2.611	0.995		
Çift	GC _{mxx}	GC _{mny}	GC _{mzz}	GD _{mxx}	GD _{mny}	GD _{mzz}
12	20.401	52.264	719.787	20.092	52.220	719.79
13	3.931	-3.626	-49.949	5.139	-1.509	-50.128
23	3.630	0.292	-31.964	3.899	0.735	-32.001
14	4.095	-3.069	-42.266	-3.134	2.266	-42.499
24	2.881	-2.070	-66.165	-2.463	2.135	-66.339
34	1.785	4.562	-1.100	-4.294	2.493	-1.259
15	4.899	-0.342	-4.714	-4.579	-1.825	-4.403
25	3.975	1.379	-16.215	-5.232	-0.063	-15.913
35	2.623	3.045	-13.350	-5.092	-0.440	-13.446
45	-3.642	2.365	-24.461	-5.720	1.253	-24.513
16	4.589	-1.393	-19.191	0.092	-3.575	-18.937
26	3.517	-0.063	-31.113	-1.435	-2.514	-36.836
36	3.772	0.963	-30.156	-0.851	-2.919	-29.992
46	-2.434	2.129	-67.400	-4.048	-0.699	-67.430
56	-4.147	-2.994	3.227	1.931	-4.852	2.5977

Teşekkür: Bu çalışma 112M406 nolu TÜBİTAK projesi altında desteklenmiştir.

5. Kaynakça

- [1] Ilizarov, GA., “The principles of the Ilizarov Method”, *Bull. Hosp. Jt. Dis. Orthop. Inst.*, 48(1):1-11, 1988.
- [2] Taylor, HS. ve Taylor, JC., “Orthopaedic fixation device”, Patent No: 5,702,389. 1997, Smith & Nephew Richards, Inc.: USA.
- [3] www.spatialframe.com, erişim tarihi: 04.Ağu.2015
- [4] Akçalı, İD. ve ark., “A Mathematical Model in the Implementation of a Stewart-Gough Platform as an External Fixator,” *World Congress on Med.Phys. and Biomed. Eng.*, Eyl. 2009, Münih, Almanya, pp. 708-711
- [5] Aydın, A., İbrikçi, T. ve Akçalı, İD., “A hybrid image processing system for X-ray images of an external fixator,” *Comput Methods Biomech Biomed Engin*, vol. 15, issue. 7, Tem. 2012, pp. 753–759
- [6] Avşar, E., Ün, MK. ve Akçalı, İD., “A Graphical User Interface for an External Fixation System”, *IEEE-EMBS Int. Conf. on Biomed. Health Inf. (BHI)*, 1-4 Haz. 2014, Valensiya, İspanya, pp. 480-483.
- [7] Akçalı, İD. ve ark., “Displacement Analysis of Robotic Frames for Reliable and Versatile Use as External Fixator”, *The 4th Annual IEEE Int. Conf. on Cyber Tech. In Automation, Control and Intelligent Systems*, 4-7 Haz. 2014, Hong-Kong, Çin, pp. 180-185.
- [8] Akçalı, İD. ve ark., “Singularity Detection in an External Fixator of Gough-Stewart Platform Type”, *Int. Conf. on Innovative Technologies, IN-TECH-2015*, 9-11 Eyl. 2015, Dubrovnik, Hırvatistan.